

Tutorübung zur Vorlesung Grundlagen Rechnernetze und Verteilte Systeme
Übungsblatt 1 (20. April – 24. April 2015)

Hinweis: Die mit * gekennzeichneten Teilaufgaben sind ohne Kenntnis der Ergebnisse vorhergehender Teilaufgaben lösbar.

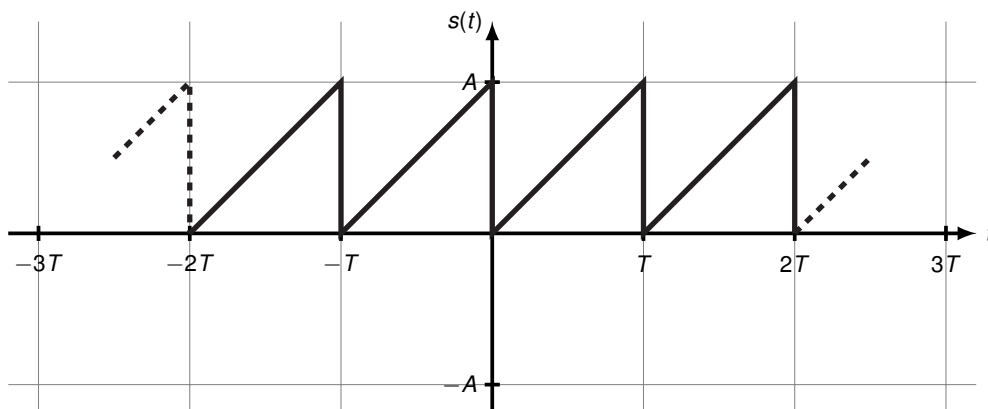
Aufgabe 1 Quellenentropie

Gegeben sei eine binäre Nachrichtenquelle Q , welche voneinander statistisch unabhängige Zeichen X aus dem Alphabet $\mathcal{A} = \{a, b\}$ emittiert. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Quelle das Zeichen $X = a$ emittiert, betrage $p_a = \Pr[X = a] = 0.25$.

- a)* Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit p_b , dass das Zeichen $X = b$ emittiert wird.
- b) Bestimmen Sie den Informationsgehalt $I(a)$ und $I(b)$ beider Zeichen.
- c) Bestimmen Sie die Entropie H der Quelle.
- d) Bestimmen Sie die Auftretswahrscheinlichkeiten p_0 und p_1 einer anderen binären Nachrichtenquelle Q' , so dass deren Entropie H maximal ist.
- e) Wie hoch ist demnach die maximale Entropie einer binären Quelle?
- f) Skizzieren Sie die Quellenentropie H einer binären Quelle allgemein in Abhängigkeit der Auftretswahrscheinlichkeit p .
- g) Offensichtlich ist die Entropie $H(X) < 1$ nicht maximal. Welche Schlussfolgerung lässt sich aus dieser Tatsache für den von der Quelle Q emittierten Datenstrom ableiten hinsichtlich Redundanz?
- h) Verallgemeinern Sie die Ergebnisse der Teilaufgaben d) und e) auf eine N -äre Quelle, d.h. auf eine Quelle, die N unterschiedliche Zeichen emittiert.

Aufgabe 2 Fourierreihe

Gegeben sei das folgende T -periodische Zeitsignal $s(t)$:



- a)* Finden Sie einen analytischen Ausdruck für $s(t)$ im Intervall $[0, T]$.

Das Signal $s(t)$ lässt sich als Fourierreihe entwickeln, d. h.

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)). \quad (1)$$

Die Koeffizienten a_k und b_k lassen sich wie folgt bestimmen:

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cdot \cos(k\omega t) dt \quad \text{und} \quad b_k = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cdot \sin(k\omega t) dt. \quad (2)$$

b)* Welcher Koeffizient in Formel (1) ist für den Gleichanteil von $s(t)$ verantwortlich?

c) Bestimmen Sie rechnerisch den Gleichanteil des Signals $s(t)$.

d)* Hätte man das Ergebnis aus der vorhergehenden Teilaufgabe auch *by inspection* erraten können?

e)* Bestimmen Sie die Koeffizienten a_k .

Hinweis: Sie benötigen hier keine Rechnung. Vergleichen Sie stattdessen die Symmetrie von $s(t)$ mit einer Kosinus-Schwingung. Kann ein gewichteter Kosinus einen Beitrag zum Gesamtsignal liefern?

Von nun an nehmen wir zur Vereinfachung $T = 1$ an.

f)* Bestimmen Sie die Koeffizienten b_k .

Hinweise: $\int_0^1 t \sin(ct) dt = \frac{\sin(c) - c \cdot \cos(c)}{c^2}$ und $\omega = 2\pi/T$.

g) Skizzieren Sie mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse den Gleichanteil $a_0/2$, die ersten beiden Harmonischen sowie deren Summe für $A = \pi$ in einem Koordinatensystem.

Aufgabe 3 Binärpräfixe (Hausaufgabe)

Die Unterschiede zwischen Binärpräfixen und SI-Präfixen sorgen immer wieder für Verwirrung. Das Problem besteht in widersprüchlichen Angaben insbesondere auf Seiten der Betriebssysteme: Häufig wird die Speicherbelegung von Massenspeichern in Binärpräfixen angegeben, obwohl die angegebenen Einheiten SI-Präfixe enthalten. Ein Beispiel: Sie kaufen eine Festplatte mit einer vom Hersteller ausgewiesenen Kapazität von 3 TB. Im Kleingedruckten auf der Verpackung finden Sie den Hinweis „1 TB = 10^{12} B“. Es handelt sich also klar um SI-Präfixe. Nehmen wir an, das verwendete Betriebssystem rechnet mit Binärpräfixen.

SI-Präfix			Binärpräfixe		
		Wert			Wert
k	(kilo)	10^3	Ki	(Kibi)	2^{10}
M	(Mega)	10^6	Mi	(Mebi)	2^{20}
G	(Giga)	10^9	Gi	(Gibi)	2^{30}
T	(Tera)	10^{12}	Ti	(Tebi)	2^{40}
P	(Peta)	10^{15}	Pi	(Pebi)	2^{50}

Tabelle 1: SI-Präfixe und Binärpräfixe im Vergleich

a)* Geben Sie die Kapazität der Festplatte in TiB an.

b)* Bestimmen Sie für die in Tabelle 1 angegebenen Präfixe den prozentualen Unterschied zwischen SI- und Binär-präfixen.

Übrigens: Die Angabe von Binärpräfixen ist nur für Byte-Werte üblich. Bitwerte, z. B. kbit oder Mbit, werden ausschließlich mit SI-Präfixen angegeben.