Technische Universität München
Lehrstuhl Informatik VIII
Prof. Dr.-Ing. Georg Carle
Dipl.-Ing. Stephan Günther, M.Sc.
Nadine Herold, M.Sc.
Dipl.-Inf. Stephan-A. Posselt

Tutorübung zur Vorlesung Grundlagen Rechnernetze und Verteilte Systeme
Übungsblatt 1 (22. April – 26. April 2013)

Hinweis: Die mit * gekennzeichneten Teilaufgaben sind ohne Kenntnis der Ergebnisse vorhergehender Teilaufgaben lösbar.

Aufgabe 1 **Quellenentropie**

Gegeben sei eine binäre Nachrichtenquelle Q, welche voneinander statistisch unabängige Zeichen X aus dem Alphabet $\mathcal{A} = \{a, b\}$ emittiert. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Quelle das Zeichen $X = a$ emittiert, betrage $p_a = \Pr[X = a] = 0.25$.

a)* Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit p_b, dass das Zeichen $X = b$ emittiert wird.

b) Bestimmen Sie den Informationsgehalt $I(a)$ und $I(b)$ der beider Zeichen.

c) Bestimmen Sie die Entropie H der Quelle.

d) Bestimmen Sie die Auftrittswahrscheinlichkeiten p_0 und p_1 einer anderen binären Nachrichtenquelle Q', so dass deren Entropie H maximal ist.

e) Wie hoch ist demnach die maximale Entropie einer binären Quelle?

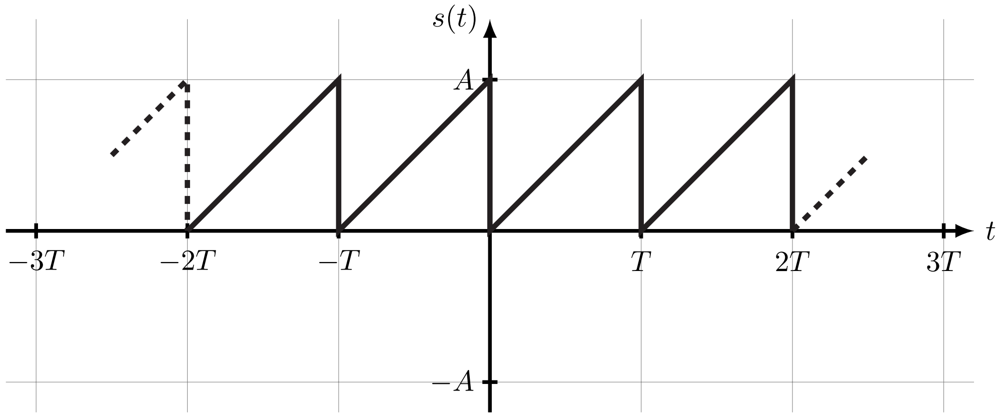
f) Skizzieren Sie die Quellenentropie H einer binären Quelle allgemein in Abhängingkeit der Auftrittswahrscheinlichkeit p.

g) Offensichtlich ist die Entropie der Quelle Q mit $H(Q) < 1$ nicht maximal. Welche Schlussfolgerung lässt sich aus dieser Tatsache für den von Q emittierten Datenstrom ableiten?

h) Verallgemeinern Sie die Ergebnisse der Teilaufgaben d) und e) auf eine N-äre Quelle, d. h. auf eine Quelle, die N unterschiedliche Zeichen emittiert.

Aufgabe 2 **Fourierreihe**

Gegeben sei das folgende T-periodische Zeitsignal $s(t)$:



a)* Finden Sie einen analytischen Ausdruck für $s(t)$ im Intervall $[0, T]$.

Das Signal $s(t)$ lässt sich als Fourierreihe entwickeln, d. h.

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t) \right). \tag{1}$$

Die Koeffizienten a_k und b_k lassen sich wie folgt bestimmen:

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cdot \cos(k\omega t)\ dt \quad \text{und } b_k = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cdot \sin(k\omega t)\ dt. \tag{2}$$

b)* Welcher Koeffizient in Formel (1) ist für den Gleichanteil von $s(t)$ verantwortlich?

c) Bestimmen Sie rechnerisch den Gleichanteil des Signals $s(t)$.

d)* Hätte man das Ergebnis aus der vorhergehenden Teilaufgabe auch *by inspection* erahnen können?

e)* Bestimmen Sie die Koeffizienten a_k.
Hinweis: Sie benötigen hier keine Rechnung. Vergleichen Sie stattdessen die Symmetrie von $s(t)$ mit einer Kosinus-Schwingung. Kann ein gewichteter Kosinus einen Beitrag zum Gesamtsignal liefern?

Von nun an nehmen wir zur Vereinfachung $T = 1$ an.

f)* Bestimmen Sie die Koeffizienten b_k.
Hinweise: $\displaystyle\int_0^1 t \sin(ct)\, dt = \frac{\sin(c) - c \cdot \cos(c)}{c^2}$ und $\omega = 2\pi/T$.

g) Skizzieren mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse den Gleichanteil $a_0/2$, die ersten beiden Harmonischen sowie deren Summe für $A = \pi$ in einem Koordinatensystem.